

# Cải tiến phương pháp lặp vi phân Born bằng cách đặt ngưỡng giới hạn

Vũ Hoàng Tuấn Hiệp, Trần Đức Tân  
 Trường Đại học Công nghệ, Đại học quốc gia Hà Nội  
 hoanghiepbk@gmail.com, tantd@vnu.edu.vn

**Tóm tắt nội dung**—Bài báo đề xuất giải pháp cải tiến phương pháp lặp vi phân Born (*Distorted Born Iterative Method - DBIM*), là phương pháp cho phép phát hiện sớm ung thư qua kỹ thuật siêu âm cắt lớp, bằng cách đặt ngưỡng giới hạn đối với tín hiệu đo áp suất tán xạ nhằm rút ngắn thời gian tính toán tái tạo ảnh siêu âm. Kết quả mô phỏng cho thấy giải pháp này đã rút ngắn được thời gian tính toán tái tạo ảnh trong khi vẫn đảm bảo chất lượng hình ảnh.

## I. GIỚI THIỆU

Phương pháp siêu âm cắt lớp dùng tán xạ ngược cho phép tạo ảnh có lợi thế hơn nhiều so với phương pháp chụp X-quang, chụp CT, chụp ảnh cộng hưởng từ. Hoạt động của nó dựa trên sự tán xạ ngược và có khả năng giải quyết những cấu trúc nhỏ hơn bước sóng của sóng tới nhờ một số tính chất vật liệu như độ tương phản âm thanh, độ suy hao, mật độ.

Tuy nhiên, phương pháp siêu âm cắt lớp dùng tán xạ ngược có một số hạn chế: 1) có nhược điểm khi tái tạo lại đối tượng với “độ tương phản” lớn, điều này dẫn đến những hạn chế của phương pháp trong ứng dụng cho việc tái ảnh hình ảnh vùng ngược [1-3]; 2) để thu được hình ảnh có chất lượng tốt thì số liệu tán xạ phải được thu thập ở nhiều góc khác nhau, từ  $0^\circ$  đến  $360^\circ$ ; 3) tốc độ tính toán và chất lượng ảnh tái tạo. Trong chẩn đoán y học thì yêu cầu về tốc độ tính toán cũng như chất lượng hình ảnh cần được đảm bảo.

Trước đây, đã có nhiều công trình nghiên cứu làm giảm độ phức tạp của thuật toán và cải thiện chất lượng ảnh khôi phục như kỹ thuật kết hợp tần số, kỹ thuật nội suy... nhưng rất ít công trình nghiên cứu về việc rút ngắn thời gian tính toán tạo ảnh siêu âm tán xạ ngược. Để khắc phục những hạn chế của phương pháp tán xạ ngược, trong bài báo này, chúng tôi đề xuất mô hình đặt ngưỡng giới hạn đối với tín hiệu siêu âm thu được ở các đầu đo (áp suất tán xạ) nhằm giảm bớt các giá trị áp suất tán xạ quá nhỏ, không đóng góp nhiều trong việc tái tạo ảnh để rút ngắn thời gian tính toán mà vẫn đảm bảo được chất lượng ảnh chụp.

## II. PHƯƠNG PHÁP LẶP VI PHÂN BORN

Đối tượng cần khảo sát chính là vật thể hình trụ tròn  $O(r)$  có kích thước rất nhỏ (môi trường  $B_1$ ) nằm trong môi trường  $B_2$  (tương ứng như khối u ở trong môi trường nào đó). Mục tiêu của chúng ta là dựng được ảnh của vật thể trụ tròn, hay còn gọi là vùng quan tâm ROI (Region Of Interest).

Thực hiện đo thực tế có thể tiến hành theo 2 cách như sau:

- 1) Tất cả các máy phát và máy thu đều cố định trong suốt quá trình đo. Vật thể sẽ được xoay quanh trục trung tâm với 1 bước nhảy xác định. Một máy thu và  $N_r$  máy phát được đặt đối xứng nhau như hình vẽ nhằm đảm bảo không bị hiện tượng dịch pha gây lỗi khi khôi phục ảnh [3].
- 2) Cố định vật thể, tại một vị trí máy phát xác định sẽ tiến hành đo trên  $N_r$  máy thu ở vị trí đối xứng. Trên thực tế chỉ cần một máy thu nhưng thực hiện  $N_r$  lần đo ứng với một vị trí máy phát. Sau đó khi dịch máy phát đi một góc thì  $N_r$  máy thu kia cũng tự động dịch chuyển một cách tương ứng.

Vùng diện tích cần quan tâm ROI được chia thành  $N \times N$  ô vuông (mỗi ô vuông gọi là một pixel) có kích thước là  $h$ . Số lượng máy phát là  $N_t$  và máy thu là  $N_r$ . Với vùng tán xạ hình tròn như trong hình 1, theo lý thuyết về sóng âm, hàm mục tiêu  $O(\vec{r})$  (vật thể hình trụ tròn) được tính bởi công thức:

$$O(\vec{r}) = \begin{cases} \omega^2 \left( \frac{1}{c_1^2} - \frac{1}{c_0^2} \right) & \text{nếu } |\vec{r}| \leq R \\ 0 & \text{nếu } |\vec{r}| > R \end{cases} \quad (1)$$

với  $c_1$  và  $c_0$  lần lượt là tốc độ truyền sóng trong đối tượng và tốc độ truyền trong nước,  $f$  là tần số sóng siêu âm,  $\omega$  là tần số góc ( $\omega = 2\pi f$ ),  $R$  là bán kính của đối tượng.

Giả sử rằng có một không gian vô hạn chứa môi trường đồng nhất chẳng hạn là nước, có số sóng là  $k_0$ . Trong môi trường đó có vật với số sóng là  $\mathbf{k}(\mathbf{r})$  phụ thuộc vào không gian trong vật. Phương trình truyền sóng của hệ thống có thể được cho như phương trình (2):

$$(\nabla^2 + k_0^2(\mathbf{r}))\mathbf{p}(\mathbf{r}) = -\mathbf{O}(\mathbf{r})\mathbf{p}(\mathbf{r}), \quad (2)$$

với  $\mathbf{p}(\mathbf{r})$  là tín hiệu áp suất tổng (là tổng của áp suất tới và áp suất gây ra bởi tán xạ). Giải phương trình (2) sẽ có nghiệm dạng tích phân theo hàm Green như (3) và (4):

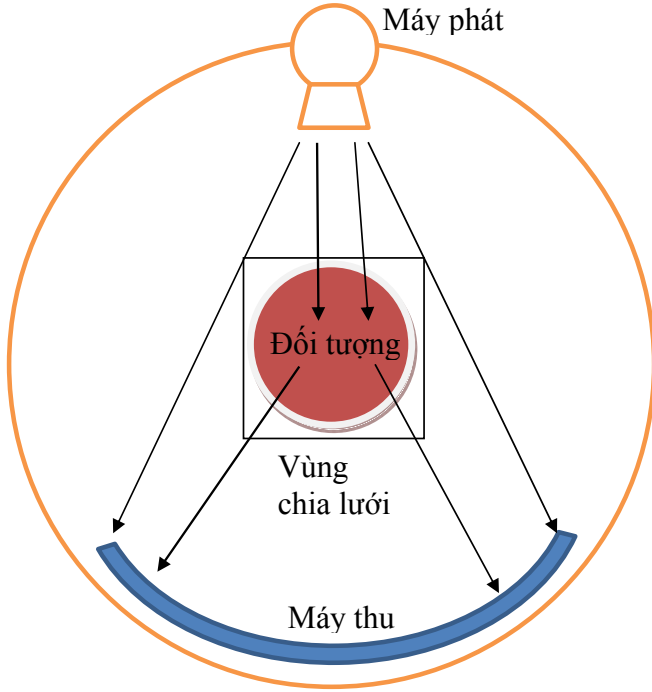
$$\mathbf{p}(\mathbf{r}) = \mathbf{p}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) + \mathbf{p}^{\text{sc}}(\mathbf{r}) \quad (3)$$

$$\mathbf{p}(\mathbf{r}) = \mathbf{p}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) + \int \int \mathbf{O}(\mathbf{r}')\mathbf{p}(\mathbf{r}')G_0(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)d\mathbf{r}' \quad (4)$$

trong đó,  $\mathbf{p}^{\text{sc}}(\mathbf{r})$  là sóng tán xạ,  $\mathbf{p}^{\text{inc}}(\mathbf{r})$  là sóng tới và  $G_0(\cdot)$  là hàm Green.

Hàm mục tiêu cần được khôi phục từ dữ liệu tán xạ được xác định bởi:

$$\mathbf{O}(\mathbf{r}) = \mathbf{k}(\mathbf{r})^2 - k_0^2 \quad (5)$$



Hình 1. Cấu hình thu - phát của hệ chụp siêu âm cắt lớp

Bằng phương pháp moment (MoM) để rời rạc hóa phương trình (3) bằng cách chia lưới vùng diện tích chứa đối tượng (theo như hình 1). Sóng tới được biểu diễn dạng vector kích thước  $N^2 \times 1$  như (6):

$$\bar{\mathbf{p}} = \bar{\mathbf{p}}^{inc} + \bar{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{D}(\bar{\mathbf{O}}) \bar{\mathbf{p}}, \quad (6)$$

và áp suất tán xạ thu được có kích thước  $N_t N_r \times 1$ :

$$\bar{\mathbf{p}}^{sc} = \bar{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{D}(\bar{\mathbf{O}}) \cdot \bar{\mathbf{p}}. \quad (7)$$

Hai biến chưa biết là  $\bar{\mathbf{p}}$  và  $\bar{\mathbf{O}}$  trong trường hợp này áp dụng xấp xỉ Born loại 1 và theo (6), (7) ta có:

$$\Delta \bar{\mathbf{p}}^{sc} = \bar{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{D}(\bar{\mathbf{p}}) \Delta \bar{\mathbf{O}} = \bar{\mathbf{M}} \Delta \bar{\mathbf{O}}, \quad (8)$$

với  $\bar{\mathbf{M}} = \bar{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{D}(\bar{\mathbf{p}})$ . Trong các công thức (6)-(8),  $\bar{\mathbf{B}}$  là ma trận  $1 \times N^2$  ứng với hệ số  $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  từ các pixel tới máy thu,  $\bar{\mathbf{C}}$  là ma trận  $N^2 \times N^2$  ứng với hệ số  $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  giữa các pixel,  $\mathbf{D}(\cdot)$  là toán tử chéo hóa.

Với mỗi bộ phát và thu, chúng ta có một ma trận  $\bar{\mathbf{M}}$  và một giá trị vô hướng  $\Delta \bar{\mathbf{p}}^{sc}$ . Thấy rằng vector chưa biết  $\bar{\mathbf{O}}$  có  $N \times N$  giá trị bằng số pixel của ROI. Hàm mục tiêu có thể được tính bằng cách lặp:

$$\bar{\mathbf{O}}^n = \bar{\mathbf{O}}^{(n-1)} + \Delta \bar{\mathbf{O}}^{(n-1)}, \quad (9)$$

Với  $\bar{\mathbf{O}}^n$  và  $\bar{\mathbf{O}}^{(n-1)}$  là giá trị của hàm mục tiêu ở bước hiện tại và bước trước đó. Những dữ liệu được xử lý sử dụng DBIM để khôi phục lại mức độ tương phản tốc độ âm thanh. Bằng cách này chúng ta có thể xác định được khối u tồn tại trong môi trường. DBIM sử dụng xấp xỉ Born để tính toán trong các vòng lặp của bài toán phi tuyến tán xạ ngược. Nếu chúng ta sử dụng nhiều máy phát và máy thu thì  $\Delta \bar{\mathbf{O}}$  có thể được tính bằng phương pháp Moore- Penrose pseudoinverse:

$$\Delta \bar{\mathbf{O}} = \arg \min_{\Delta \bar{\mathbf{O}}} \|\Delta \bar{\mathbf{p}}^{sc} - \bar{\mathbf{M}}_t \Delta \bar{\mathbf{O}}\|_2^2 \quad (10)$$

Trong đó,  $\Delta \bar{\mathbf{p}}^{sc}$  là  $(N_t N_r \times 1)$  vector chứa giá trị sai khác giữa kết quả đo và kết quả tiên đoán tín hiệu siêu âm tán xạ;  $\bar{\mathbf{M}}_t$  là ma trận  $N_t N_r \times N^2$  được tạo bởi  $N_t N_r$  phép đo.

### III. HỆ THỐNG ĐỀ XUẤT

Theo như phương trình (10), từ giá trị  $\Delta \bar{\mathbf{p}}^{sc}$  ta tính toán để có  $\Delta \bar{\mathbf{O}}$ , tương đương với việc giải phương trình dạng:

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{x}, \quad (11)$$

trong đó, số ẩn là  $N_t N_r$  lớn hơn rất nhiều so với số phương trình ( $N \times N$ ); do đó sẽ xuất hiện nhiều phương trình “không có ý nghĩa”, tức là giá trị áp suất tán xạ thu được quá nhỏ “không có ý nghĩa” trong việc tính toán tái tạo ảnh siêu âm cắt lớp. Vì vậy, chúng tôi đề xuất đặt giá trị ngưỡng  $A$  để loại bỏ bớt các giá trị áp suất tán xạ quá nhỏ tại đầu thu nhằm hạn chế bớt số phương trình “không có ý nghĩa”, giúp rút ngắn thời gian tính toán.

Giá trị ngưỡng  $A$  này phải thỏa mãn hai điều kiện là thời gian tính toán tái tạo ảnh (hay là thời gian tính toán của DBIM) rút ngắn so với khi không đặt ngưỡng và lỗi tái tạo ảnh (là sự sai khác của ma trận đối tượng sau mỗi lần lặp) đảm bảo trong giới hạn cho phép. Theo đó, thời gian tạo ảnh càng nhỏ càng tốt nhưng phải đảm bảo lỗi tái tạo ảnh nằm trong phạm vi cho phép (tương đương với khi không đặt ngưỡng) thì mới đảm bảo ảnh tái tạo phản ánh đúng khối u (hay đối tượng) cần chụp.

### Thuật toán DBIM cải tiến

- 1) Chọn giá trị khởi tạo  $\bar{\mathbf{O}}_n = \bar{\mathbf{O}}_0$
- 2) while (RRE <  $\epsilon$ ) do
  - 3) Tính ma trận  $\bar{\mathbf{B}}$ ,  $\bar{\mathbf{C}}$ ;  $\bar{\mathbf{p}}$ ,  $\bar{\mathbf{p}}^{sc}$  tương ứng với  $\bar{\mathbf{O}}_n$  theo công thức (6) và (7)
  - 4) Đặt ngưỡng giới hạn cho  $\bar{\mathbf{p}}^{sc}$  để loại bớt giá trị  $\bar{\mathbf{p}}^{sc}$  thu được
    - If  $abs(psc) > A$  ( $A$  là giá trị ngưỡng)
    - Sử dụng phương trình đo tương ứng.
    - End
  - 5) Tính  $\Delta \bar{\mathbf{p}}^{sc}$  từ  $\bar{\mathbf{p}}^{sc}$  đo được và giá trị tiên đoán
  - 6) Tính RRE tương ứng với  $\Delta \bar{\mathbf{O}}$  được tính trong (10)
  - 7) Tính giá trị  $\bar{\mathbf{O}}_{(n+1)} = \bar{\mathbf{O}}_{(n)} + \Delta \bar{\mathbf{O}}_{(n)}$
  - 8)  $n = n + 1$

### IV. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG VÀ THẢO LUẬN

Các tham số trong mô phỏng được thiết lập như sau: Tần số phát 0,46 MHz; số pixel của vùng tái tạo  $N \times N = 14 \times 14$ ; đường kính đối tượng 10mm; mô hình đo thực nghiệm gồm máy phát đặt cố định cách đối tượng 104mm, máy thu di chuyển trên cung hình tròn từ góc  $-60^\circ$  đến  $60^\circ$  nằm đối diện với máy thu qua đối tượng ở tâm với bước dịch là 10 (tương ứng với 121 máy thu) và cách đối tượng 91mm.

Để thực hiện với các vị trí máy thu và máy phát khác nhau, ta giữ nguyên cấu hình hệ thu phát sau đó sẽ dịch chuyển cả hệ 9 vị trí cách đều nhau xung quanh đường tròn (tương ứng mỗi vị trí cách nhau 450). Như vậy, hoàn toàn có thể thu được

Bảng I  
KẾT QUẢ THỰC NHIỆM TRONG TRƯỜNG HỢP KHÔNG CÓ NHIỀU

Ngưỡng giới hạn (A)	Lỗi tái tạo ảnh từ vòng lặp 2 đến vòng lặp 10									Thời gian (s)	$M_t$
0	1.2128	0.7014	0.5669	0.3363	0.2032	0.1255	0.0733	0.0351	<b>0.0198</b>	106.3	1089×196
$10^{-4}$	0.7305	0.8832	0.4844	0.2744	0.2000	0.0995	0.0435	0.0310	0.0223	106.0	1083×196
$3 \times 10^{-4}$	0.9220	0.5194	0.3297	0.2084	0.0990	0.0566	0.0250	0.0125	<b>0.0076</b>	105.0	1071×196
$5 \times 10^{-4}$	1.9314	0.9909	0.8064	0.3837	0.2300	0.1575	0.0588	0.0315	<b>0.0179</b>	104.7	1041×196
$7 \times 10^{-4}$	1.0376	0.7078	0.6711	0.4391	0.4103	0.2141	0.0742	0.0220	<b>0.0094</b>	103.5	1007×196
$9 \times 10^{-4}$	1.0655	0.5696	0.4093	0.1650	0.1231	0.1054	0.0599	0.0378	<b>0.0183</b>	102.0	971×196
$10^{-3}$	1.0640	0.4388	0.4596	0.1634	0.0954	0.0318	0.0183	0.0113	<b>0.0070</b>	101.6	949×196
$3 \times 10^{-3}$	0.3990	0.3052	0.2736	0.2620	0.2585	0.2612	0.2601	0.2595	0.2589	89.9	387×196

Bảng II  
KẾT QUẢ MÔ PHỎNG TRONG TRƯỜNG HỢP CHỌN NGUỠNG TỐI ƯU

Ngưỡng giới hạn (A)	Lỗi tái tạo ảnh từ vòng lặp 2 đến vòng lặp 10									Thời gian (s)	$M_t$
0	1.1151	0.7768	0.3260	0.1162	0.0387	0.0221	0.0100	0.0054	<b>0.0022</b>	108.7	1089×196
$7 \times 10^{-4}$	0.8148	0.3324	0.2036	0.0931	0.0567	0.0286	0.0166	0.0085	<b>0.0033</b>	104.8	1007×196
Hiệu quả										3,58%	Loại bỏ được 82 giá trị áp suất tán xạ quá nhỏ

đầy đủ áp suất tán xạ tại mọi điểm của đối tượng từ  $0^{\circ} - 360^{\circ}$ . Ta có hệ tương đương gồm có 9 máy phát và 121 máy thu. Chênh lệch tốc độ truyền sóng 2%.

Quá trình mô phỏng được thực hiện theo 2 kịch bản, cụ thể như sau:

#### Kịch bản 1

Kịch bản 1 mô phỏng trong trường hợp không nhiễu. Thiết lập nhiễu Gauss bằng 0 (đặt noise\_flag = 2). Lần lượt đặt ngưỡng giới hạn  $A = 0$  (không có ngưỡng giới hạn);  $10^{-4}$ ;  $3 \times 10^{-4}$ ;  $5 \times 10^{-4}$ ;  $7 \times 10^{-4}$ ;  $9 \times 10^{-4}$ ;  $10^{-3}$ ;  $3 \times 10^{-3}$ . Các thông số cần quan sát để đánh giá kết quả mô phỏng: Lỗi tái tạo ảnh sau các vòng lặp (càng nhỏ càng tốt), thời gian tái tạo ảnh. Kết quả thực nghiệm được thể hiện trong bảng I.

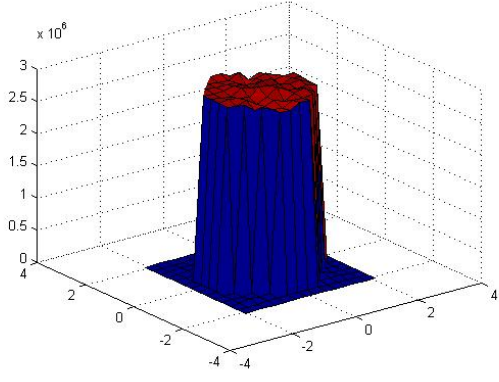
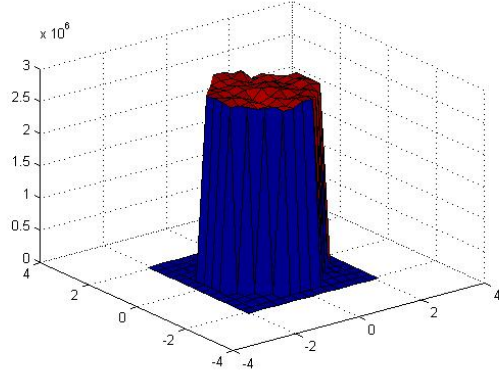
Từ số liệu bảng I, ta có các nhận xét sau:

- + Việc tăng ngưỡng giới hạn có tác dụng giảm kích thước cho ma trận  $M_t$  và cũng làm cho thời gian xử lý giảm dần. Tuy nhiên, kết quả lỗi thì không ổn định, có 2 trường hợp cho lỗi bé nhất.
- + Việc tăng ngưỡng giới hạn cũng chỉ đến được một mức nhất định. Nếu tăng nhiều quá sẽ gây lỗi lớn.

#### Kịch bản 2

Kịch bản 2 mô phỏng trong trường hợp có nhiễu. Thiết lập nhiễu Gauss 5% (đặt noise\_flg = 0). Lần lượt đặt ngưỡng giới hạn  $A = 0$  (không có ngưỡng giới hạn);  $10^{-4}$ ;  $3 \times 10^{-4}$ ;  $5 \times 10^{-4}$ ;  $7 \times 10^{-4}$ ;  $9 \times 10^{-4}$ ;  $10^{-3}$ ;  $3 \times 10^{-3}$ . Ứng với mỗi

Bảng III  
SO SÁNH HÀM MỤC TIÊU TRONG TRƯỜNG HỢP ĐẶT NGƯỠNG VÀ KHÔNG ĐẶT NGƯỠNG

Bước lặp	Tái tạo hàm mục tiêu có đặt ngưỡng giới hạn cho áp suất tán xạ	Tái tạo hàm mục tiêu trong trường hợp không đặt ngưỡng giới hạn
10		

giá trị của ngưỡng giới hạn  $A$ , do có tác dụng của nhiễu nên lỗi tái tạo ảnh sẽ thay đổi khác nhau nên phải tiến hành thực nghiệm trong nhiều lần (ít nhất là 10 lần).

Chúng tôi đã tiến hành thử nghiệm với nhiều lần khác nhau và rút ra nhận xét như sau:

- + Khi tăng dần ngưỡng giới hạn, kích thước ma trận  $M_t$  giảm dần điều này có nghĩa số lượng phương trình trong hệ cũng giảm dần và thời gian tạo ảnh cũng được rút ngắn, trong khi đó lỗi tái tạo ảnh vẫn đảm bảo được là nhỏ, đáp ứng yêu cầu đề ra của thuật toán.
- + Việc tăng ngưỡng giới hạn cũng chỉ đến được một mức nhất định. Nếu tăng nhiều quá sẽ gây lỗi tái tạo ảnh lớn, điều này có nghĩa là ảnh tái tạo không còn phản ánh được tính chính xác của ảnh gốc.
- + Trong trường hợp đặt ngưỡng cho áp suất tán xạ là  $A = 7 \times 10^{-4}$  cho kết quả có nhiều trường hợp có lỗi tái tạo ảnh nhỏ nhất và có thời gian tạo ảnh (hay thời gian tính toán của phương pháp DBIM đề xuất) là nhỏ hơn tương đối so với thời gian tính toán của phương pháp DBIM truyền thống.
- + Ứng với mỗi giá trị ngưỡng khác nhau trong khoảng ( $10^{-4}$  đến  $10^{-3}$ ) thì đều có những trường hợp cho lỗi ảnh tái tạo là tương đương với khi không đặt ngưỡng, nhưng tác giả đã lựa chọn ngưỡng tối ưu là  $A = 7 \times 10^{-4}$  do có 1 trường hợp cho lỗi tạo ảnh bé nhất trong các trường hợp thử nghiệm.

## V. KẾT LUẬN

Trong bài báo này, chúng tôi đã thành công trong việc rút ngắn thời gian tạo ảnh siêu âm bằng cách đặt ngưỡng giới hạn để loại bỏ bớt số phương trình đo áp suất tán xạ kém ý nghĩa và hạn chế số lượng các phép tính toán. Trong khi đó, vẫn đảm bảo chất lượng ảnh y sinh theo phương pháp không đặt ngưỡng. Việc khôi phục ảnh sau đó được thực hiện bởi phương pháp Moore - Penrose Pseudoinverse.

Như vậy việc đặt ngưỡng giới hạn trong việc cải thiện tốc độ tạo ảnh đã thành công. Bước tiếp theo của đề xuất này là

việc thử nghiệm đề xuất trong tạo ảnh với những dữ liệu thực tế để có thể áp dụng theo thời gian thực trong y tế.

## TÀI LIỆU

- [1] J. Greenleaf, J. Ylitalo, and J. Gisvold, "Ultrasonic computed tomography for breast examination," *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, vol.6, no. 4, pp. 27-32, December 1987
- [2] M. P. Andre, H. S. Janee, P. J. Martin, G. P. Otto, B. A. Spivey, and D.A. Palmer, "High-speed data acquisition in a diffraction tomography system employing large-scale toroidal arrays," *International Journal of Imaging Systems and Technology*, vol. 8, no. 1, pp. 137-147, 1997.
- [3] J. Wiskin, D. Borup, S. Johnson, M. Berggren, T. Abbott, and R. Hanover, "Full wave, non-linear, inverse scattering," in *Acoustical Imaging*, vol. 28, 2007, pp.183-194.